

Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий  
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ  
проректор

\_\_\_\_\_ П. А. Машаров  
«17» апреля 2025 г.  
МП

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ**

Углубленная группа направлений подготовки Программа высшего образования	44.00.00 Образование и педагогические науки Программа бакалавриата
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) Математика и информатика
Направленность (профиль) образовательной программы Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Основания геометрии»** для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Профиль: Математика и информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 125 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

Профессор кафедры высшей математики и  
методики преподавания математики

доктор

физ.-мат.

наук,

А.В. Мазнев

профессор

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры высшей математики и методики  
преподавания математики

Протокол от 10.04.2025 г. № 9

Заведующий кафедрой

Е.И. Скафа

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и  
информационных технологий

16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.

Протокол от 16.04.2025 г. № 3.

Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной  
программы, д-р пед. наук, проф.

16.04.2025 г.

Е.И. Скафа

## 1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ; Дифференциальные уравнения и Аналитическая геометрия.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Теоретическая механика; Основы математического моделирования.

## 2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Профиль: Математика и информатика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД. Основания геометрии
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	4,5/ 162

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

### 2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	4	8	44	-	44	74	162	экзамен

## 3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Показать требования к построению аксиоматики любой геометрии (непротиворечивость, независимость, полнота); познакомить с разными геометриями; показать, что современная геометрия есть, прежде всего, наука об обобщенных пространствах, конструированных на базе классической геометрии и изучаемых при помощи как аппарата дифференциального исчисления, так и с помощью тензорного метода.

**4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ  
ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ  
И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ПК-4. Способен применять знание основных положений математической науки и информатики, основных положений истории развития математики и информатики, эволюции математических идей в профессиональной деятельности.	ПК – 4.1. Проектирует практико-ориентированные учебные материалы по математике и информатике с учетом индивидуальных особенностей всех категорий обучающихся, в том числе с использованием цифровых инструментов.	ПК-4.1.1. Знает основные определения и теоремы курса геометрии. ПК-4.1.2. Знает основы математического моделирования и методы решения стандартных задач. ПК-4.1.3. Знает методы моделирования и основы конструктивной геометрии для всех ступеней образования. ПК-4.1.4. Умеет использовать свои знания в учебном процессе учреждений дошкольного, начального, основного, среднего общего образования. ПК-4.1.5. Умеет пользоваться средствами информационно-коммуникационных технологий для наглядности объяснения решения задач.
	ПК – 4.2. Демонстрирует умение интерпретировать геометрические модели в контексте естественных наук и компьютерных технологий.	ПК-4.2.1. Знает основные аксиоматические системы геометрии. ПК-4.2.2. Применяет методы геометрического моделирования в профессиональных задачах. ПК-4.2.3. Владеет основными понятиями дифференциальной, проективной и алгебраической геометрии.

**5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Введение в основание геометрии	
Линейные аксиомы	1.1. Формулировка линейных аксиом. 1.2. Алгебра отрезков. 1.3. Измерение длины.
Плоскостные аксиомы	2.1. Формулировка плоскостных аксиом. 2.2. Алгебра углов. 2.3. Измерение углов.
Пространственные аксиомы	3.1. Формулировка пространственных аксиом. 3.2. Понятие фигуры. 3.3. Величина.
Раздел 2. Площадь и объем	
Площадь	4.1. Определение площади. 4.2. Измерение площади. 4.3. Аддитивность площади.
Особенности измерения площади	5.1. Фигуры с определенной площадью.

	5.2. Площади разных многоугольных фигур. 5.3. III проблема Гильберта о равновеликости и равноставленности многоугольников. 5.4. Площади немногуюгольных фигур
Объем	6.1. Определение объема. 6.2. Измерение объемов. 6.3. Объемы многогранников. 6.4. III проблема Гильберта о равновеликости и равноставленности многогранников. 6.5. Объемы немногогранных тел.
Раздел 3. Другие основания геометрии	
Координаты	7.1. Понятие координат. 7.2. Координаты на плоскости. 7.3. Координаты в пространстве. 7.4. Координаты в пространстве $n$ -го порядка.
Аналитические основания геометрии	8.1. Аналитическая аксиоматика планиметрии. 8.2. Аналитическая аксиоматика стереометрии
Аксиоматика в отвлеченном понимании	9.1. Непротиворечивость аксиоматики. 9.2. Независимость аксиоматики. 9.3. Полнота аксиоматики.
Разные системы аксиом	10.1. Экзотическая модель планиметрии. 10.2. Замкнутые и незамкнутые аксиоматики. 10.3. Различие аксиоматик по выбору основных понятий. 10.4. Аксиоматика Гильберта.
Раздел 4. Разные геометрии	
Геометрия Лобачевского	11.1. Аксиома Лобачевского. 11.2. Модели геометрии Лобачевского. 11.3. Факты геометрии Лобачевского.
Многомерное евклидово пространство	12.1. Координатная аксиоматика $n$ -мерного евклидова пространства. 12.2. Равносильность геометрической и координатной систем аксиом. 12.3. Групповое определение евклидовой геометрии. 12.4. Групповые аксиомы евклидова пространства.
Групповой принцип оснований геометрии	13.1. Инвариантность свойств фигур относительно геометрических преобразований. 13.2. Групповой принцип аффинной геометрии $n$ измерений.
Геометрия теории относительности	14.1. Лоренцевые системы координат. 14.2. Принцип относительности, как фундаментальный закон природы.
Риманова геометрия	15.1. Внутренняя геометрия поверхности. 15.2. Определение Римановой метрики. 15.3. О других «геометриях».

## 6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 8

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Введение в основание геометрии	<b>11</b>	-	<b>11</b>	<b>18</b>	<b>40</b>
Линейные аксиомы	3	-	3	6	12
Плоскостные аксиомы	4	-	4	6	14
Пространственные аксиомы	4	-	4	6	14
Раздел 2. Площадь и объем	<b>11</b>	-	<b>11</b>	<b>18</b>	<b>40</b>
Площадь	3	-	3	6	12
Особенности измерения площади	4	-	4	6	14
Объем	4	-	4	6	14
Раздел 3. Другие основания геометрии	<b>11</b>	--	<b>11</b>	<b>19</b>	<b>41</b>
Координаты	3	-	3	4	10
Аналитические основания геометрии	3	-	3	5	11
Аксиоматика в отвлеченном понимании	3	-	3	5	11
Разные системы аксиом	2	-	2	5	9
Раздел 4. Разные геометрии	<b>11</b>	--	<b>11</b>	<b>19</b>	<b>41</b>
Геометрия Лобачевского	2	-	2	3	7
Многомерное евклидово пространство	2	-	2	3	7
Групповой принцип оснований геометрии	2	-	2	3	7
Геометрия теории относительности	2	-	2	5	9
Риманова геометрия	3	-	3	5	11
<b>ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП</b>	<b>44</b>	-	<b>44</b>	<b>74</b>	<b>162</b>

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 7.1. Контрольные вопросы

- Поверхность  $f(w, z) = w^2 - P_n(z) = 0$  является ... тогда и только тогда, когда многочлен  $P_n(z)$  не имеет корней:
  - А) неособой;
  - Б) эллиптической;
  - В) римановой;
  - Г) гиперболической.
- Идея признания того, что вообще возможна геометрия, отличная от евклидовой, была впервые развита:
  - А) М. Острог Раде Ким;
  - Б) Р. Декартом;
  - В) Л.Эйлером;
  - Г) Н.Лобачевским.
- О чем говорит выражение: если  $G = O(n)$  и  $X \in T$ , т.е. матрица  $X$  кососимметрична, то  $A = \exp X \in O(n)$ ?
  - А) матрица  $A$  унитарна;
  - Б)  $\det A = 1$ ;
  - В) матрица  $A$  ортогональна;
  - Г) другой ответ.
- В каком пространстве введены декартовы координаты:
  - А) одномерном;
  - Б) двумерном;
  - В) трехмерном;
  - Г)  $n$ -мерном.
- Чему равна кривизна окружности с радиусом  $R$ ?
  - А)  $R^2$ ;
  - Б)  $R$ ;
  - В)  $-R$ ;
  - Г)  $R^{-1}$ .
- В геометрии – в структуре мира основные объекты - ...
  - А) материальные точки;
  - Б) событие, подобно точкам;
  - В) координаты точки;
  - Г) время, подобно точкам.

7. Понятие внутренней геометрии поверхностей и ее аналитический аппарат в виде квадратичной формы, определяющий линейный элемент поверхности, пришел от:

- А) К.Гаусса; В) Н.Лобачевского;  
Б) Б.Римана; Г) Я.Бериулли.

8. Какая группа, действуя на пространстве Лобачевского  $L^{n+1}$ , порождает действие на сфере  $S^n$ ?

- А) Лоренца  $O(n+1,1)$ ; В)  $O(p+1, q+1)$ ;  
Б)  $O(n,2)$ ; Г)  $O(4,2)$ .

9. Определите, какой это закон: тело, не испытывающее воздействий, движется относительно этой системы прямолинейно и равномерно.

- А) закон инерции; В) закон Лоренца;  
Б) закон Дальтона; Г) закон массы вещества.

10. Во что конформное отображение преобразует любую сферу:

- А) с сферу; Б) в куб; В) в точку; Г) в гиперboloид.

11. Дробно-линейная группа (собственных) движений метрики Лобачевского изоморфна:

А) группе  $SU(2,1) / \pm 1$  в модели Пуанкаре; В) группе  $SU(1,1) / \pm 1$  в модели Пуанкаре;

- Б) группе  $SU(2,2) / \pm 1$  в модели Пуанкаре; Г) другой ответ.

12. Гауссова кривизна поверхности равна:

- А) средней кривизне поверхности; В) детерминанту матрицы;  
Б) второй квадратичной форме поверхности; Г) отношению детерминантов второй и первой квадратичных форм.

13. Кто заложил основы проективной геометрии:

- А) Виктор Покселе; В) Альбрехт Дюрер;  
Б) Леонардо да Винчи; Г) Жерар Дезарг.

14.Какой должна быть размерность, чтобы всякое гладкое конформное преобразование области евклидова являлась суперпозицией движения, дилатации и инверсии?

- А)  $n = 3$ ; Б)  $n \leq 3$ ; В)  $n \geq 3$ ; Г)  $n < 3$ .

15. Разность  $(\overline{dt})^2 - (dt)^2$  называется:

- А) тензором формации среды; В) тензором формации вторника;  
Б) тензором деформации среды; Г) тензором деформации вторника.

7.2. Образец содержания экзаменационного билета

ФГБОУ ВО «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Образовательный уровень: бакалавриат

Направление подготовки: 44.03.05. Педагогическое образование

Очная форма обучения. Семестр: 2

Учебная дисциплина: Основания геометрии

### Экзаменационный билет № n

1. Определение площади фигуры, аддитивность площади.

2. Аналитические основания геометрии.

*В заданиях 3-6 выберите один вариант.*

3. Поверхность  $f(w, z) = w^2 - P_n(z) = 0$  является ... тогда и только тогда, когда многочлен  $P_n(z)$  не имеет корней:

- А) неособой; В) римановой;  
Б) эллиптической; Г) гиперболической.

4. Идея признания того, что вообще возможна геометрия, отличная от евклидовой, была впервые развита:

- А) М. Острог Раде Ким; В) Л. Эйлером;

Б) Р. Декартом;

Г) Н. Лобачевским.

5. О чем говорит выражение: если  $G = O(n)$  и  $X \in T$ , т.е. матрица  $X$  кососимметрична, то  $A = \exp X \in O(n)$ ?

А) матрица  $A$  унитарна;

В) матрица  $A$  ортогональна;

Б)  $\det A = 1$ ;

Г) другой ответ.

6. Если задан зависящий от времени вектор  $v = v(t)$  и  $|v| = l$ , то векторы  $v$  и  $v^g \dots$

А) параллельны;

В) ортогональны;

Б) ортонормированы;

Г) перпендикулярны.

Утверждено на заседании кафедры

Протокол № \_\_\_ от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 202 года

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Экзаменатор

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

### 8.1. Семестр 8

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-4	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	15
	Контрольные работы по практике	25
	Контрольная работа по теоретическому материалу	15
ИТОГО		60
Экзамен		40



Общий итог за семестр	100
-----------------------	-----

Соответствие баллов оценке			
Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

## 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.705).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

## 10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

### 10.1. Основная литература

1. Александров А.Д. Геометрия. Учебное издание / А.Д.Александров, Н.Ю. Нецветаев. – Москва: Наука, 2004. – 673 с.
2. Дубровин Б.А. Современная геометрия. Методы и приложения. – 3-е издание, перераб. / Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Т. Фоменко. – Москва: Наука. 2011. – 760

### 10.2. Дополнительная литература

1. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – 7-е изд. / Н.В. Ефимов. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 584с.
2. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия / А.В. Погорелов. – Москва: Наука, 2005. – 176 с.
3. Прасолов В.В. Геометрия. – 2-е издание, перераб. и доп. / В.В. Прасолов, В.Н. Тихомиров. – Москва: МЦНМО, 2007. – 328с.
4. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П.К. Рашевский. – Москва: Наука, 2003. – 664 с.

## 11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

## 12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).